

Lösung

Spieltheorie

Aufgabe 1

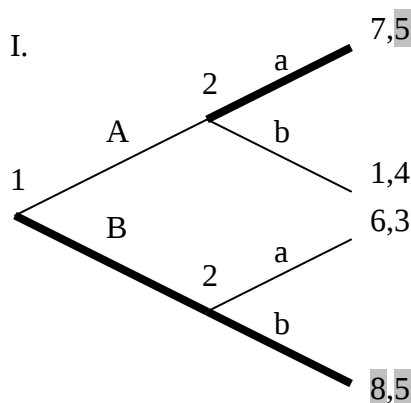
		Spieler 1	
		A	B
Spieler 2	a	5,7	3,6
	b	4,1	5,8

Finden Sie

- i. das(die) Nashgleichgewicht(e) $NGG_1=(a,A); NGG_2=(b,B)$
- ii. (schwach-) dominante Strategien keine
- iii. dominierte Strategien keine

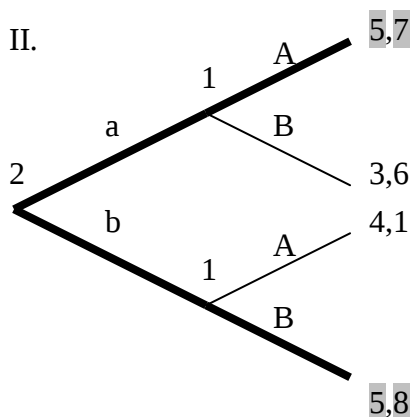
Stellen Sie die sequentielle Form der Spiele dar und zeigen Sie die teilspielperfekten Nashgleichgewichte auf, wenn

- I. Spieler 1 beginnt und Spieler 2 kann die Aktion von Spieler 1 beobachten
- II. Spieler 2 beginnt und Spieler 1 kann die Aktion von Spieler 2 beobachten
- III. Spieler 2 beginnt und Spieler 1 kann die Aktion von Spieler 2 nicht beobachten



Teilspielperfektes Nashgleichgewicht I

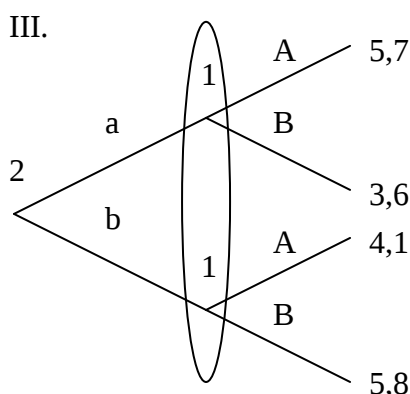
$$TSP-NGG = (B, (a|A; b|B))$$



Teilspielperfektes Nashgleichgewicht II

$$TSP-NGG_1 = (a, (A|a; B|b))$$

$$TSP-NGG_2 = (b, (A|a; B|b))$$



Teilspielperfektes Nashgleichgewicht III

Alle NGG sind TSP-NGG, siehe Normalform unten.

Stelle Sie das sequentielle Spiel II. als Normalform dar und bestimme Sie die Nashgleichgewichte.

		Spieler 1			
		A a; A b	A a; B b	B a; A b	B a; B b
Spieler 2	a	5,7	5,7	3,6	3,6
	b	4,1	5,8	4,1	5,8

Nashgleichgewichte: $NGG_1=(a, (A|a; A|b))$; $NGG_2=(a, (A|a; B|b))$; $NGG_3=(b, (A|a; B|b))$; $NGG_4=(b, (B|a; B|b))$

Zusatzinformationen:

Was ist eine Strategie?

Eine Strategie ist ein „vollständiger“ Verhaltensplan für „alle“ Möglichkeiten! Für jeden möglichen Zustand muss es ein Verhaltensplan geben, auch wenn dieser Zustand nicht eintreten wird.

Hier:

A|a; A|b (B|a; B|b) → Spieler 1 spielt immer A (B), egal ob Spieler 2 a oder b wählt

A|a; B|b → Spieler 1 spielt A, wenn Spieler 2 a spielt, sonst B

B|a; A|b → Spieler 1 spielt B, wenn Spieler 2 a spielt, sonst A

(Abkürzungen sind auch möglich. Wenn die Reihenfolge eindeutig ist gilt: A|A = A|a; A|b; in der Klausur immer sicher gehen!!)

Aufgabe 2

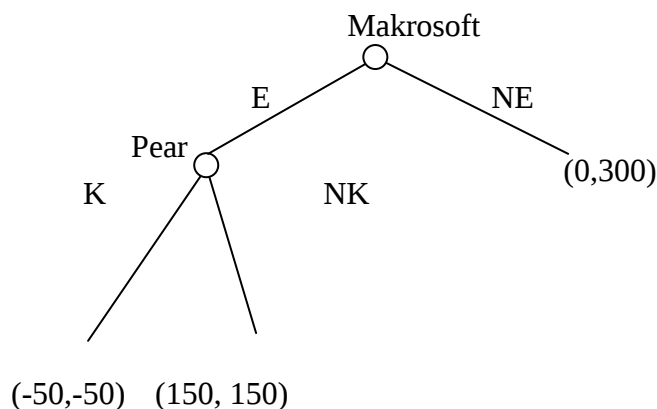
Betrachten Sie folgende Situation. Die Firma Pear sei Monopolist im lukrativen Markt für Online Musik. Mit Hilfe ihrer Software E-Tuner können sie eine Auszahlung von 300 Millionen Dollar verzeichnen. Firma Makrosoft ist ein potentieller Konkurrent, welcher am lukrativen Online Musikgeschäft teilnehmen möchte. Sie muss sich entscheiden, ob sie in den Markt eintritt (E) oder nicht (NE). Wenn Makrosoft nicht eintritt, verzeichnet sie eine Auszahlung von 0. Tritt die Firma Makrosoft hingegen ein, muss Pear sich daraufhin entscheiden ob sie um den Online-Musikmarkt kämpft (K) oder nicht (NK). Kämpft die Firma Pear nicht, teilen sich beide den Markt auf und erhalten jeweils eine Auszahlung von 150

Millionen Dollar. Kämpft die Firma Pear, so treten beide in einen ruinösen Preiskampf, woraufhin beide Firmen eine Auszahlung von –50 Millionen Dollar erhalten.

- Konstruieren Sie die extensive Form des Spiels.
- Konstruieren Sie die Normalform des Spiels.
- Liegen in diesem Spiel Nash-Gleichgewichte vor? Wenn dies der Fall ist zeigen Sie alle GG in reinen Strategien auf.
- Welches ist das teilspielperfekte Nash-Gleichgewicht in diesem Spiel?
- Erläutern sie die Begriffe perfekte und imperfekte Informationen. Worin liegt der Unterschied?
- Wie ändert sich das Spiel wenn imperfekte Informationen vorliegen? Konstruieren sie die dazugehörige extensive Form des Spiels.

Lösung

a)



b)

		Pear	
		Kämpfen (K)	Nicht Kämpfen (NK)
Makrosoft	Eintreten (E)	-50 -50	150 150
	Nicht Eintreten (NE)	0 300	0 300

c) $NGG_1 = (NE, K)$, $NGG_2 = (E, NK)$

- d) Es existieren zwei Nash-Gleichgewichte (NE, K) und (E, NK) . Die Analyse der extensiven Form zeigt aber, dass das Nash-Gleichgewicht (NE, K) auf einer unglaublichen Drohung beruht. Das entsprechende Teilspiel wird nicht erreicht. Somit kann kein teilspielperfektes Gleichgewicht (NE, K) existieren. Die Drohung

von Pear in einen ruinösen Konkurrenzkampf zu treten ist unglaublich, deshalb wird die Firma Makrosoft eintreten. Daraus folgt das teilspielperfekte Gleichgewicht (E; NK).

(Siehe dazu auch das Chain Store Paradoxon von Selten 1978)

- e) **Unvollständige Informationen:** Den Spielern fehlen Informationen über den Typ des Spiels oder des Gegenspielers.

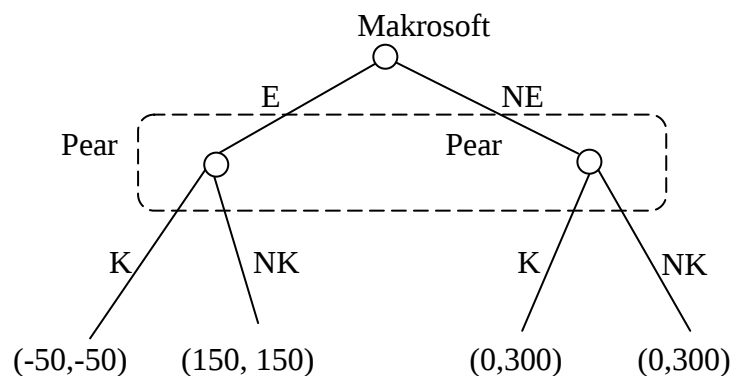
Vollständige Informationen: Alle Spieler haben vollständige Informationen bezüglich des Spiels und der Gegenspieler.

Imperfekte Informationen: Mindestens ein Spieler weiß nicht sicher in welcher Entscheidungssituation (an welchem Knoten des Spiels) er sich befindet. Es gibt Informationsmengen die mehr als einen Knoten umfassen.

Perfekte Informationen: Alle Spieler wissen in jeder Stufe des Spiels genau in welcher Entscheidungssituation sie sich befinden. Alle Informationsmengen umfassen nur einen Entscheidungsknoten.

Informationsmenge: Die *Informationsmenge* eines Spieler ist eine Kombination von Entscheidungsknoten für die gilt: (1) der Spieler ist an jedem Knoten in der Informationsmenge am Zug (2) wenn die Informationsmenge im Spielverlauf erreicht wurde, kann der Spieler nicht unterscheiden welcher der verschiedenen Entscheidungsknoten innerhalb der Informationsmenge erreicht wurde.

f)



Aufgabe 3

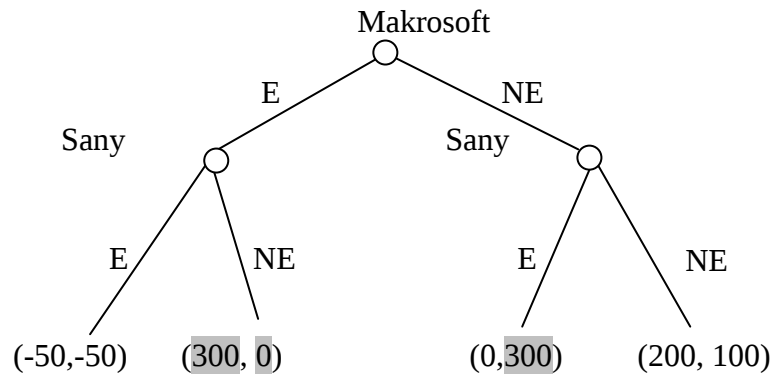
Die Firmen Sany und Makrosoft stehen beide vor der Wahl, den Eintritt (E) oder Nichteintritt (NE) in den neuen Markt für Online- Videofilme zu wagen. Makrosoft entscheidet als erster. Treten beide Firmen in den Markt ein so führen sie einen ruinösen Preiskampf, mit der Folge einer Auszahlung von -50 Millionen Dollar. Entscheidet sich die Firma Sany für einen Nichteinstieg, die Firma Makrosoft aber eintritt, so wird Makrosoft Monopolist und erhält eine Auszahlung von 300 Millionen Dollar. Sany hat in diesem Fall eine Auszahlung von 0. Tritt Sany in den Online-Videomarkt bei einem Nichteinstieg von Makrosoft lautet die Auszahlung für Sany 300 Millionen Dollar. Makrosoft erhält eine Auszahlung von 0. Kommen allerdings beide Firmen zu dem Schluss, dass der Eintritt in den Online-Videomarkt zu früh ist, so konzentriert sich Sany vermehrt auf den Musikmarkt, was eine Auszahlung von 100 Millionen Dollar zur Folge hat. Makrosoft hingegen verstärkt seine Anstrengung im Markt für Computersoftware und erhält ebenfalls eine Auszahlung von 200 Millionen Dollar.

- Konstruieren Sie die extensive Form des Spiels
- Konstruieren Sie die Normalform des Spiels

- c) Liegen in diesem Spiel Nash-Gleichgewichte (in reinen Strategien) vor? Wenn dies der Fall ist zeigen Sie diese auf.
- d) Welches ist das teilspielperfekte Nash-Gleichgewicht in diesem Spiel?

Lösung

a)



b)

		Sany			
		E E; E NE	NE E; E NE	E E; NE NE	NE E; NE NE
Makrosoft	(E)	-50	300	-50	300
	(NE)	0	0	200	100

c) $NGG_1 = (E (NE|E; E|NE))$; $NGG_2 = (E (NE|E; NE|NE))$; $NGG_3 = (NE (E|E; E|NE))$

d) TSP-NGG = $(E (NE|E; E|NE))$