

Struktur und Design elektronischer Märkte

Prof. Dr. Abdolkarim Sadrieh

Lehrstuhl für E-Business

SS 2013

Kapitel 4

Kapitel 4. Elektronische Auktionen

4. Elektronische Auktionen

4.1. Eigenschaften einseitiger Auktionen

4.1.1. Grundlegende Eigenschaften

4.1.2. Dynamische Preisfindung

4.1.3. Grad des Wettbewerbs

4.1.4. Werte („valuations“)

Kapitel 4. Elektronische Auktionen

4.2. Theorie der Ein-Objekt-Auktionen

4.2.1. Standardformate mit unabhängig und identisch verteilten Werten

Exkurs: Erwartungswert

Exkurs: Bedingter Erwartungswert

Exkurs: Order Statistics

4.2.1.1. Erst-Preis-Auktionen mit verschlossenen Geboten
(„sealed bid first price auction“)

4.2.1.2. Zweit-Preis-Auktionen mit verschlossenen Geboten
(„sealed bid second price auction“)

4.2.1.3. Holländische Auktionen mit absteigenden Geboten
(„Dutch“, „descending“ oder „clock auction“)

4.2.1.4. Englische Auktionen mit aufsteigenden Geboten
(„English“ oder „ascending auction“)

4.2.1.5. Äquivalenz der erwarteten Auktionserlöse nach Vickery

4.2.1.6. Generelle Äquivalenz der erwarteten Auktionserlöse

Kapitel 4. Elektronische Auktionen

4.2.2. Bieter mit positiv korrelierten Werten

4.2.2.1. Signale und Werte

4.2.2.2. Gemeinwertauktionen („common value auctions“)

4.2.2.3. Verbundwertauktionen („affiliated value auctions“) und der Zusammenbruch der Einnahmenäquivalenz („linkage principle“)

4.2.3. Startpreise („reserve prices“) und Bietgebühren („entry fees“)

4.2.3.1. Ausschlussprinzip („exclusion principle“) bei nicht-korrelierten Werten

4.2.3.2. Nicht-eindeutige Effekte bei verbundenen Werten

4.2.4. Risikoaversion der Bieter

4.2.5. Bieter mit asymmetrisch verteilten Werten

Kapitel 4. Elektronische Auktionen

Dieses Kapitel stützt sich weitgehend auf das Lehrbuch

Vijay Krishna, Auction Theory, Academic Press, 2002.

Andere Lehrbücher zur Auktionstheorie (oder Lehrbücher zur Mikrotheorie oder Spieltheorie, die Auktionstheorie Kapitel beinhalten) behandeln die meisten Themen ebenfalls und in ähnlicher Form.

Es gibt zum Beispiel ein auktionstheoretisches Kapitel in:

C.D. Aliprantis und S.K. Chakrabarti, Games and Decision Making, Oxford University Press: New York, 2000.

4.1. Eigenschaften einseitiger Auktionen

4.1.1. Grundlegende Eigenschaften (einseitiger) Auktionen

- (einseitige) **Auktionen** sind **one-to-many** Märkte, bei denen ein Verkäufer (bzw. Ankäufer) vielen Bietern gegenüber steht

- **Universalität**

Auktionsmechanismus ist unabhängig vom Gegenstand der Auktion

→ man kann auf einer Auktion mit den gleichen Regeln beinahe alle Güter und Dienstleistungen er- und versteigern (Stecknadeln, komplexe Industrieanlagen, Weltraumtransportkapazität, usw.)

- **Anonymität**

Auktionsmechanismus ist unabhängig von den Identitäten der Bieter

→ Zuschlag und Preis in einer Auktion sollen nur nach Gebotshöhe und nicht nach anderen Eigenschaften der Bieter ermittelt werden

Ausnahmen:

Teilnahmebeschränkung (z.B. nach Kreditwürdigkeitsprüfung)

Fördermaßnahmen in Auktionen der öffentlichen Hand (z.B. Subvention für Neugründungen oder zum Minderheitenschutz)

4.1. Eigenschaften einseitiger Auktionen

4.1.2. Dynamische Preisfindung

- **zentrale Gebotserfassung** beim Auktionator
 - verdeckte Einmalgebote (*sealed-bid auction*)
 - teilweise verdeckte oder offene Gebotsfolgen (*open auction*)
- **Auktionsterminationsregel**
 - exogene Auktionsdauer
 - vorgegebene Anzahl von Gebotsrunden
 - vorgegebene Dauer des Bietens (*deadline auction*)
 - zufälliges Auktionsende (*candle auction*)
 - endogene Auktionsdauer
 - bis nur noch ein Bieter aktiv ist (*going-going-gone auction*)
 - Auktionsende wird mit jedem Gebot um eine vorgegebene Zeit verlängert bis keine neuen Gebote mehr eingehen

4.1.2. Dynamische Preisfindung

- **Preisfeststellungsregeln für Ein-Objekt-Auktionen**
 - Preis = Höchstgebot
 - Preis = n-höchstes Gebot (z.B. Preis = zweithöchstes Gebot)
 - andere „lustige“ Dinge (z.B. Preis = Median oder Median+1)
- **Preisfeststellungsregeln für Multi-Objekt-Auktionen**
 - uniforme versus diskriminatorische Preise
 - Bündelpreise

4.1.3. Grad des Wettbewerbs

- Monopol vor allem bei Eigenprodukten und Raritäten
- Multiple-parallele Auktionen
- Auktionen im Wettbewerb mit anderen Märkten

4.1.4. Werte (*valuations*)

- das Gut hat einen **Wert x_i** für jeden **Auktionsbeteiligten i** , wobei x_i eine Realisation der **stochastischen Variablen X_i** ist, deren Verteilung von der **Verteilungsfunktion F_i** beschrieben wird

Auktionsbeteiligte sind die **Bieter $i = 1, \dots, n$** und der **Prinzipal der Auktion $i = 0$** (kurz „Auktionator“ genannt)

- **private Information über die Werte** (private values)
 - alle **Verteilungsfunktionen F_i** sind **allen Beteiligten bekannt**
 - jeder Beteiligte **i kennt** die Realisation seines **eigenen Werts x_i** (sichere private Information) oder ein **Signal s_i** (Wertschätzung), das **mit x_i positiv korreliert ist** (unsichere private Information)
 - Beteiligter **i hat aber keine Information über die realisierten Werte x_j oder Signale s_j der anderen Beteiligten $j \neq i$**

4.1.4. Werte (*valuations*)

■ Interdependenz der Werte

- alle X_i sind **unabhängig verteilt** (*independent values*)
- alle X_i sind **positiv korreliert** (*interdependent values*)
- der **Wert** des Gutes ist **für alle gleich** (*common value*)
 - $x = x_i \quad \forall \quad i = 0, \dots, N$, wobei x die Realisation einer gemeinsamen stochastischen Variablen $X = X_i$ ist
 - **keiner** der Beteiligten ist **vollkommen informiert** über x
 - **jeder** Beteiligte i erhält ein **Signal** s_i
 - die Signale s_i sind **identisch verteilt** und mit x **positiv korreliert**

4.2. Theorie der Ein-Objekt-Auktionen

4.2.1. Vier Standardformate mit unabhängigen und identisch verteilten Werten

Annahmen

- **einzelnes Gut wird verkauft** (Kaufauktionen sind analog)
- Auktionsbeteiligte sind **ein Verkäufer** und **N Bieter**
- **alle** Beteiligten sind **risiko-neutral**
- es existieren **keine Budget-** bzw. **Liquiditätsbeschränkungen**
- *symmetric independent private values*

Alle Werte X_i sind **unabhängige Zufallsvariablen** aus einer **identischen Verteilung über einen Intervall $[0, \omega]$**

die Verteilung wird beschrieben von der **Verteilungsfunktion F** mit einer **stetigen Dichtefunktion $f = dF/dX$** .

Die Werte sind **privat**, da **Bieter i** die Realisation des eigenen Werts x_i kennt, aber **nicht** die x_j der anderen $j \neq i$.

- bis auf die privaten Werte besteht „**common knowledge**“

4.2.1. Exkurs: Erwartungswert

- stochastische Variable X
- kumulative Verteilungsfunktion $F : [0, \omega] \rightarrow [0, 1]$
- die Wahrscheinlichkeit, dass X einen Wert kleiner gleich x annimmt

$$\text{Prob}[X \leq x] = F(x) = \int_0^{\omega} f(x) dx$$

- der Erwartungswert von X ist dann

$$E[X] = \int_0^{\omega} x f(x) dx$$

4.2.1. Exkurs: Bedingter Erwartungswert

- der bedingte Erwartungswert von X gegeben $X < x$ ist

$$E[X|X < x] = \frac{1}{F(x)} \int_0^x zf(z)dz$$

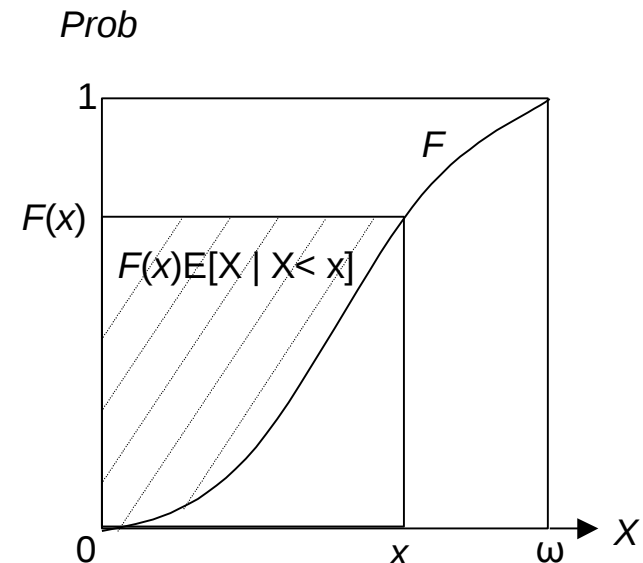
wobei der $E[X | X < x]$ multipliziert mit $F(x)$ (Wahrscheinlichkeit $X < x$ zu beobachten) gerade dem unbedingten Erwartungswert von X im verkleinerten Intervall $[0, x]$ entspricht (siehe Grafik)

$$F(x)E[X|X < x] = \int_0^x zf(z)dz$$

durch teilweise Integration erhält man den später genutzten Ausdruck für $E[X | X < x]$

$$F(x)E[X|X < x] = xF(x) - \int_0^x F(z)dz$$

$$E[X|X < x] = x - \int_0^x \frac{F(z)}{F(x)} dz$$



4.2.1. Exkurs: Order Statistics

- $X_1, X_2, \dots, X_N$ sind **N unabhängige Ziehungen** aus der von $F(X)$ beschriebenen Verteilung
- $Y_{(1)} \geq Y_{(2)} \geq \dots \geq Y_{(N)}$ sind **order statistics**, d.h. **sortierte X_i**
- Wie ist die **Wahrscheinlichkeit**, dass die **höchste order statistic**, $Y_{(1)}$, **kleiner oder gleich** einem **beliebigen Wert y** ist?

$Y_{(1)} \leq y$ ist nur dann der Fall, wenn $X_i \leq y$ für **alle i** , d.h. dass bei **allen N unabhängigen Ziehungen** ein Wert **kleiner-gleich y** gezogen worden ist. Die Wahrscheinlichkeit für dieses Ereignis entspricht der **N -ten Potenz von $F(X)$** :

$$F_{(1)}(y) = (F(y))^N$$

die entsprechende Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion ist

$$dF_{(1)}/dy = f_{(1)}(y) = N(F(y))^{N-1} f(y)$$

4.2.1. Exkurs: Order Statistics

- Wie ist die **Wahrscheinlichkeit**, dass die **zweithöchste order statistic**, $Y(2)$, **kleiner oder gleich** einem **beliebigen Wert y** ist?

$Y(2) \leq y$ kann nur eintreten wenn

- entweder $X_i \leq y$ für alle i gilt
- oder $X_i \leq y$ gilt in $(N - 1)$ Fällen und nicht in genau einem Fall.

Daraus folgt, dass die kumulative Verteilung der *second order statistic* sich aus einer N -ten Potenz der Verteilung von X und einer $(N - 1)$ -ten Potenz zusammen setzt:

$$\begin{aligned} F_{(2)}(y) &= (F(y))^N + N(F(y))^{N-1}(1-F(y)) \\ &= N(F(y))^{N-1} - (N - 1) (F(y))^N \end{aligned}$$

die entsprechende Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion ist

$$dF_{(2)}/dy = f_{(2)}(y) = N(N - 1)(1 - F(y))(F(y))^{N-2}f(y)$$

4.2.1.1. Erst-Preis-Auktionen mit verschlossenen Geboten (*sealed bid first price auctions*)

- jeder **Bieter i** möchte eine Einheit des Gutes, die ihm x_i wert ist, erwerben und **unterbreitet ein verschlossenes Gebot b_i**
- falls i das **Höchstgebot** ($i = \operatorname{argmax}(b_j)$ für $j = 1, \dots, N$) **abgibt, erhält er den Zuschlag** und bezahlt das eigene Gebot b_i , d.h. **Preis $p = b_i$**
- **alle anderen Bieter $j \neq i$ erhalten kein Gut und bezahlen kein Geld**
- der **Gewinn des Bieters i** beträgt somit

$$\pi_i = \begin{cases} x_i - b_i & \text{if } b_i > \max_{j \neq i} b_j \\ 0 & \text{if } b_i < \max_{j \neq i} b_j \end{cases}$$

- jeder Bieter bildet eine Vermutung über das Verhalten der anderen
im GG müssen alle Vermutungen und Handlungen übereinstimmen
→ **Bayesian Nash Equilibrium**

4.2.1.1. Erst-Preis-Auktionen mit verschlossenen Geboten (*sealed bid first price auctions*)

- im **symmetrischen GG** bietet jeder Bieter i

$$b^*(x_i) = E[Y_1 | Y_1 < x_i] = x_i - \int_0^{x_i} \left[\frac{F(z)}{F(x)} \right]^{N-1} dz$$

- jeder bietet den **nach $N-1$ zufälligen Ziehungen zu erwartenden höchsten Wert Y_1** , gegeben alle $N-1$ gezogenen Werte (der anderen) **seien kleiner als der eigene Wert x_i**
- im sym. GG werden Gebote durch einen **rationalen Abschlag auf den eigenen Wert** (der Wertabschlag ist gleich dem Wert des Integrals in der Formel oben) gebildet („**bid shading**“)
- der **Wertabschlag entspricht** dem Käuferanteil an der Marktrente
- der **Wertabschlag nimmt ab, wenn die Konkurrenz steigt**
da $0 < F(.) < 1$ folgt, dass mit $N \rightarrow \infty$ das Integral gegen 0 geht

4.2.1.1. Erst-Preis-Auktionen mit verschlossenen Geboten (sealed bid first price auctions)

Beispiel: Gleichverteilung der Werte zwischen [0, 1].

$$\begin{aligned} b_j^*(x_j) &= x_j - \int_0^{x_j} \left[\frac{F(z)}{F(x_j)} \right]^{N-1} dz \\ &= x_j - \int_0^{x_j} \frac{z^{N-1}}{x_j^{N-1}} dz \\ &= x_j - \frac{1}{x_j^{N-1}} \left(\frac{z^N}{N} \right) \Bigg|_0^{x_j} \\ &= x_j - \frac{x_j^N}{N x_j^{N-1}} \\ &= x_j - \frac{x_j}{N} = \frac{(N-1)}{N} x_j \end{aligned}$$

- bei der **Gleichverteilung** der Werte zwischen [0, 1] gilt $F(x) = x$
- der **Wertabschlag** im sym. GG ist ein **N-tel** des eigenen Wertes
 - der Wertabschlag **sinkt mit steigendem N**
 - hält man N fest, so bleibt der Wertabschlag ein **konstanter Anteil** des Werts
- die **Gebotsfunktionen** im sym. GG sind **linear** in den Werten mit der **konstanten Steigung (N-1) / N**

4.2.1.2. Zweit-Preis-Auktionen mit verschlossenen Geboten (*sealed bid second price auctions*)

- jeder **Bieter i** möchte eine Einheit des Gutes, die ihm x_i wert ist, erwerben und **unterbreitet ein verschlossenes Gebot b_i**
- der Bieter i mit dem **Höchstgebot** ($i = \operatorname{argmax}(b_j)$) **erhält den Zuschlag** und bezahlt den **Preis $p = \max_{j \neq i} (b_j)$** , d.h., der **Preis** entspricht dem **zweithöchsten Gebot**
- **alle anderen Bieter $j \neq i$ erhalten kein Gut und bezahlen kein Geld**
- der **Gewinn des Bieters i** beträgt somit

$$\pi_i = \begin{cases} x_i - \max_{j \neq i} b_j & \text{if } b_i > \max_{j \neq i} b_j \\ 0 & \text{if } b_i < \max_{j \neq i} b_j \end{cases}$$

4.2.1.2. Zweit-Preis-Auktionen mit verschlossenen Geboten (*sealed bid second price auctions*)

- im **symmetrischen GG** bietet jeder Bieter i den eigenen Wert x_i
$$b_i^* = x_i$$
- der **erwartete Preis für Bieter i** im sym. GG – sofern er den Zuschlag erhält – ist folglich
$$p_i^* = \max_{j \neq i} (b_j^*) = \max_{j \neq i} (x_j) = E[Y_1 \mid Y_1 < x_i], \text{ falls } x_i = \max(x_j)$$
- der **erwartete GG-Preis** in der **Zweit-Preis-Auktion** ist **gleich dem erwarteten GG-Preis in der Erst-Preis-Auktion**
- da das **GG-Gebot b_i^*** den **Preis nur dann beeinflusst, wenn Bieter i gerade nicht der Käufer ist**, ist es eine **schwach dominante Strategie** für den Bieter i , den wahren Wert x_i zu bieten

Dominanz bedeutet, dass diese „truthful revelation“ Strategie unabhängig vom Verhalten der anderen optimal ist

4.2.1.2. Zweit-Preis-Auktionen mit verschlossenen Geboten (*sealed bid second price auctions*)

Das Bieten des eigenen Werts $b_i = x_i$ ist eine schwach dominante Strategie für jeden Bieter i .

Beweis:

Sei b^{**} das höchste Gebot der anderen Bieter, d.h. $b^{**} = \max_{j \neq i} (b_j)$.

- Fall 1: $b_i < b^{**} \Rightarrow i$ erhält den **Zuschlag** nicht
 - falls $x_i < b^{**}$ kann **kein Nachteil** durch Strategien mit $b_i < x_i$ entstehen, denn mit $b_i = x_i$ hätte Bieter i den **Zuschlag** auch nicht erhalten
 - falls $x_i > b^{**}$ kann **ein Nachteil** durch Strategien mit $b_i < x_i$ entstehen, denn mit $b_i = x_i$ hätte Bieter i den **Zuschlag** zum von **Preis** $p = b^{**}$ erhalten, der **echt kleiner** ist als sein Wert x_i , wodurch er einen **Gewinn** in Höhe von $x_i - b^{**}$ erzielt hätte

4.2.1.2. Zweit-Preis-Auktionen mit verschlossenen Geboten (*sealed bid second price auctions*)

- Fall 2: $b_i > b^{**} \Rightarrow i$ erhält den **Zuschlag** zu einem **Preis** $p = b^{**}$
 - falls $x_i < b^{**}$ kann **ein Nachteil** durch Strategien mit $b_i > x_i$ entstehen, denn mit $b_i = x_i$ hätte Bieter i den **Zuschlag nicht erhalten** und somit den **Verlust** in Höhe von $b^{**} - x_i$ **vermieden**
 - falls $x_i > b^{**}$ kann **kein Nachteil** durch Strategien mit $b_i > x_i$ entstehen, denn mit $b_i = x_i$ hätte Bieter i den **Zuschlag auch** zum Preis $p = b^{**}$ erhalten
- Fazit
 - Strategie $b_i = x_i$ führt **in keinem Fall** zu **Nachteilen gegenüber** den Strategien mit $b_i < x_i$ oder denen mit $b_i > x_i$
 - es existieren aber Fälle, in denen $b_i = x_i$ einen **Vorteil** entweder **gegenüber** den Strategien mit $b_i < x_i$ oder mit $b_i > x_i$ aufweist

4.2.1.3. Holländische Auktionen mit absteigenden Geboten (*Dutch, descending, oder clock auctions*)

- jeder **Bieter i** möchte eine Einheit, die ihm x_i wert ist, erwerben
- der Auktionator wählt einen „hohen“ Startpreis, zu dem kein Bieter bereit ist zu kaufen, z.B. $\omega + 1$ (maximal möglicher Wert plus 1)
- der **Startpreis** wird systematisch **reduziert** (z.B. auf einer rückwärts laufenden „Uhr“) **bis ein Bieter den aktuellen Preis p akzeptiert**
- die **strategische Entscheidungsvariable** ist die **Annahmehöhe b_i** , bei der Bieter i beabsichtigt die rückwärts laufende „Uhr“ anzuhalten
- falls Bieter i die „Uhr“ anhält, hatte i **die höchste Annahmehöhe** unter allen Bietern, d.h. $i = \operatorname{argmax}(b_j)$ für $j = 1, \dots, N$ und **erhält den Zuschlag und bezahlt den Preis $p = b_i$**
- die **Gewinne** berechnen sich **wie bei der Erst-Preis-Auktion**

4.2.1.3. Holländische Auktionen mit absteigenden Geboten

- die **Holländische Auktion** ist *strategisch äquivalent* zur **Erst-Preis-Auktion mit verschlossenen Geboten**
 - da die **Preisdynamik vollkommen uninformativ** ist (d.h., die rückwärts laufende „Uhr“ enthüllt keine Informationen über die Werte der Bieter), **entspricht** die Wahl der **Annahmehöhe** die Wahl des **verschlossenen Gebots** in Erst-Preis-Auktionen
 - zwei Spiele, A und B, werden als *strategisch äquivalent* bezeichnet, falls es für **jede Strategie in A** eine **entsprechende Strategie des gleichen Spielers in B** gibt, die die **gleichen Ausgänge erzeugt** und umgekehrt. (d.h., dass beide Spiele – bis auf redundante Strategien – die **gleiche Normalform** haben)
- **GG-Preise** und **Effizienz** sind in beiden Auktionsformaten **identisch**

4.2.1.4. Englische Auktionen mit aufsteigenden Geboten (*English* oder *ascending auction*)

- jeder **Bieter i** möchte eine Einheit, die ihm x_i wert ist, erwerben
- der **Auktionator wählt einen Startpreis, ab dem er bereit ist das Gut zu verkaufen** (mehr zum Thema Startpreis im Abschnitt 5.2.3)
- die Bieter unterbreiten **aufsteigende Gebote** (d.h., das erste Gebot muss größer sein als der Startpreis und jedes folgende Gebot muss größer sein als alle bis dahin gemachten)
- der **Preisfindungsprozess stoppt**, wenn **keine neuen Gebote** unterbreitet werden
- der **Bieter i mit dem letzten Höchstgebot erhält den Zuschlag** und bezahlt das eigene Gebot b_i , d.h. **Preis $p = b_i$**
- **alle anderen Bieter $j \neq i$ erhalten kein Gut und bezahlen kein Geld**
- die **Gewinne berechnen sich wie bei der Erst-Preis-Auktion**

4.2.1.4. Englische Auktionen mit aufsteigenden Geboten

- im **GG** bietet Bieter i solange mit, bis er den Zuschlag erhalten hat oder sein Gebot seinen Wert erreicht hat (d.h. bis $b_i = x_i$)
 $b_i > x_i$ führt beim Zuschlag zu einem Verlust
 $b_i < x_i$ führt zu einem entgangenen Gewinn, falls x_i der höchste und x_j der zweithöchste Wert ist und $b_i < x_j < x_i$
- bei unabhängig und identisch verteilten Werten ist die englische Auktion im GG Payoff-äquivalent zur Zweit-Preis-Auktion
 - nur bei unabhängig verteilten Werten ist die Preisdynamik der Englischen Auktion vollkommen uninformativ
 - gegeben die Unabhängigkeit der Werte, so sind die **GG-Preise und die Effizienz** in der Englischen und der Zweit-Preis-Auktion mit verschlossenen Geboten **gleich**

4.2.1.5. Äquivalenz der erwarteten Auktionserlöse nach Vickery (Vickery 1961)

Annahmen

- nur **ein Objekt** wird versteigert
- **unabhängig und identisch verteilte private Werte**
- alle an der Auktion Beteiligten haben **risiko-neutrale** Präferenzen
- man betrachte **symmetrische Gleichgewichte** mit **differenzierbaren** und im Wert x_i **steigenden GG-Gebotsfunktionen** $b^*(x_i)$

Satz

Der **ex-ante erwartete Erlös** ist in allen vier „klassischen“ Auktionsformen nach Vickery **gleich** der **zu erwartenden zweithöchsten Realisation der Verteilung der Werte**, d.h. gleich dem Erwartungswert der zweithöchsten „order statistic“.

4.2.1.5. Äquivalenz der erwarteten Auktionserlöse nach Vickery

Intuition

- da die **GG-Gebotsfunktionen steigend** und **für alle Bieter gleich** sind, **erhält der Bieter mit dem höchsten Wert den Zuschlag**
- da jeder gerade **im GG** so bietet, dass er bei einem Zuschlag den erwarteten **nächsthöheren Wert bezahlen** muss, wird die **erwartete Zahlung** des Bieters mit dem höchsten Wert **gleich dem erwarteten Wert des Bieters mit dem zweithöchsten Wert** sein
- **ex-ante** (d.h. als Erwartungswert über alle möglichen Realisationen des höchsten Werts) ist dieser auf den höchsten Wert bedingte erwartete nächsthöhere Wert gerade **gleich dem unbedingten Erwartungswert des zweithöchsten Werts der Verteilung $E[Y_2]$**

4.2.1.5. Äquivalenz der erwarteten Auktionserlöse nach Vickery

Nicht-Äquivalenz der Streuung der Auktionserlöse

Die Streuung der realisierten Preise ist in der Zweitpreis- und der Englischen Auktion größer als in der Erstpreis- und der Holländischen Auktion

In Englischen und Zweitpreisauktionen streut der realisierte Preis mit der Realisation des zweithöchsten Werts und kann somit im gesamten Wertebereich $[0, \omega]$ liegen.

In Holländischen und Erstpreisauktionen dagegen streut der realisierte Preis mit der Realisation des Höchstgebots, das im GG echt kleiner ist als das Maximum der realisierten Werte und das nicht größer ist als das höchstmögliche GG-Gebot $b^*(\omega) < \omega$

4.2.1.6. Generelle Äquivalenz der erwarteten Auktionserlöse (*Riley & Samuelson 1981; Myerson 1981*)

Definition „Standardauktionen“

„Standardauktionen“ sind **jene Auktionsformen**, bei denen es sicher gestellt ist, dass nur der **Höchstbieter** den **Zuschlag erhält**.

Generelle Äquivalenz der ex-ante erwarteten Auktionserlöse (revenue equivalence principle)

Unabhängig von der Ausprägung der Auktionsregeln gilt für **alle Standardauktionen** mit unabhängig und identisch verteilten Werten, dass der **erwartete Erlös in den symmetrischen Gleichgewichten** mit einer steigenden Gleichgewichtsbietsfunktion $b^*(x)$ und $b^*(0) = 0$ gleich dem erwarteten zweithöchsten Werts der Verteilung ist.

4.2.1.6. Generelle Äquivalenz der erwarteten Auktionserlöse

Intuition

- Da nur der Höchstbieter den Zuschlag erhält und die GG-Bietfunktion steigend ist, wird sichergestellt, dass es zu einem **Bietwettbewerb** kommt, bei dem **jeder Bieter versucht gerade soviel auszugeben**, dass **vom Bieter mit dem nächsthöheren Wert erwartet** werden muss, **dass er nicht „mithalten“** wird.
- Welche **GG-Bietstrategie im Einzelfall** zu genau dieser erwarteten Ausgabe führt, **hängt von den konkreten Auktionsregeln** ab.
- Da **im symmetrischen GG** alle Bieter die gleiche (steigende) GG-Strategie wählen, geht der **Zuschlag an den Bieter mit dem höchsten Wert**, dessen **Ausgabe (= Preis = Auktionserlös)** dem Erwartungswert des **zweithöchsten Wertes** entspricht.
- Der Satz macht **eine Aussage nur für den Fall**, dass in einem „Standardauktion“ **ein solches symmetrisches GG existiert**.

4.2.1.6. Generelle Äquivalenz der erwarteten Auktionserlöse

Anwendungen der Erlösäquivalenz

- **nützliches Theoriewerkzeug**, das eingesetzt werden kann um symmetrische **GG-te von neuen bzw. komplexen Auktionsformen analytisch zu bestimmen**
 - es ist **einfacher ein GG zu finden, wenn bestimmte Strukturelemente (z.B. GG-Auszahlungen) bereits bekannt sind**
- **auch wenn die GG-te einer Auktionsform analytisch nicht bestimmt werden können, so erlaubt die Erlösäquivalenz möglicherweise bestimmte Aussagen über den zu erwartenden Ausgang der Auktion**

4.2.2. Bieter mit positiv korrelierten Werten

4.2.2.1 Signale und Werte

■ Modell mit privater Information

Bei **privater Information** unterscheidet man nicht zwischen den „Signalen“ und den „Werten“, da angenommen wird, dass jedes **Signal** x_i den dazugehörigen **Wert** V_i **perfekt wiedergibt**, d.h. $x_i = V_i$.

■ Allgemeines Modell

- Jeder **Auktionsbeteiligte** i erhält ein **privates Signal** x_i , das eine Realisation der **stochastischen Variablen** X_i ist, wobei $X_i \in [0, \omega]$ mit der **Verteilungsfunktion** $F_i(X_i)$ verteilt ist.
- Die **Wertschätzung** v_i des Guts für den Beteiligten i ist eine Funktion, die aus den vorhandenen Informationen über das Gut (X_i mit $i = 1, \dots, N$) den Wert des Guts für i schätzt:

$$v_i(X_1, X_2, \dots, X_N) = E[V_i | X_1 = x_1, X_2 = x_2, \dots, X_N = x_N],$$

wobei angenommen wird, dass v_i in X_i strikt steigend ist.

4.2.2.1. Signale und Werte (fortgesetzt)

■ Extremfälle des allgemeinen Modells sind

- das **Modell mit privaten unabhängigen Werten** (independent private values), bei dem die Wertschätzung nur vom eigenen Signal abhängt:

$$V_i = v_i(X_1, X_2, \dots, X_N) = X_i$$

- das **Modell des reinen Gemeinwerts** (pure common value), bei dem **alle Beteiligten die gleiche Wertschätzung hätten, wenn alle Informationen offen verfügbar wären**:

$$V_i = V = v(X_1, X_2, \dots, X_N)$$

4.2.2.2. Gemeinwertauktionen (*common value auctions*)

- Der „wahre“ Wert V des Guts ist für alle Bieter gleich (common value) und mit $F(V)$ verteilt (mit der Realisation $v = v_i$ für alle i).

Beispiel V ist uniform verteilt auf $[0, 1]$

- Jeder Bieter erhält ein Signal X_i , wobei die Signale X_i bedingt auf die Realisation $V = v$ unabhängig verteilt sind und $E[X_i | V = v] = v$, d.h., jedes X_i ist ein wahrer Schätzer von V .

Beispiel $X_i = V + \epsilon_i$ ist das Signal von Bieter i , wobei ϵ_i ein unabhängig und identisch verteilter Störterm ist mit $E[\epsilon_i] = 0$

4.2.2.2. Gemeinwertauktionen (fortgesetzt)

- **rationales Bieten und der Fluch des Gewinners (*winner's curse*)**
 - Da X_i wahre Schätzer sind, gilt **ex ante** $E[X_i | V = v] = v$ für alle i , d.h., ex ante sollte jeder Bieter glauben, dass der wahre Wert gleich dem eigenen Signal ist .
 - Sollte ein **rationaler Bieter** bis zur **Höhe des eigenen Signals** bieten?
Nein!

Denn falls die **GG-Bietfunktionen** in X_i **steigend** sind, dann gilt:

- **Bieter i erhält den Zuschlag**, wenn $X_i = \max(X_j)$
- **falls i den Zuschlag erhält**, wird ihm **ex post** klar, dass **sein Signal X_i den wahren Wert v überschätzt hat**, d.h. $E[\max(X_j) | V = v] > v$

→ Die vermeintlich „gute“ Nachricht, die Auktion gewonnen zu haben, geht für den „Gewinner“ einher mit der „schlechten“ Nachricht, den wahren Wert am meisten überschätzt zu haben.

4.2.2.2. Gemeinwertauktionen (fortgesetzt)

- **rationales Bieten und der Fluch des Winners (winner's curse)**
 - **Rationale Bieter berücksichtigen den Fluch des Winners.**
 - **Jeder Bieter i bietet gerade so, als ob sein eigenes Signal das höchste aller Signale wäre, d.h. als ob $X_i = \max(X_j)$,**
 - **wonach der „angenommene wahre Wert“ $E[\max(X_j) \mid V = v]$ wäre.**
 - **Falls Bieter i den Zuschlag erhält, dann hatte er das höchste Signal und hatte deshalb den wahren Wert tatsächlich richtig eingeschätzt.**
 - **Falls Bieter i den Zuschlag nicht erhält, so spielt es keine Rolle, wie hoch er den wahren Wert eingeschätzt hat.**
 - **Der Fluch des Winners kann nur bei verbundenen Werten auftreten, wenn die Signale der anderen für den eigenen Wert informativ sind, d.h., dass er in reinen Privatwertauktionen nicht vorkommen kann.**

4.2.2.3. Verbundwertauktionen (*affiliated value auctions*) und der Zusammenbruch der Einnahmenäquivalenz (*linkage principle*)

- Die „wahren“ Werte V_i aller Bieter i sowie ihre Signale X_i sind „verbunden“, d.h. **positiv korreliert**.
- Die Signale X_j ($j \neq i$) der anderen Bieter sind **informativ für i** .
- Bei **offenen Auktionen** sollte jeder Bieter die **beobachteten Aktionen** (Gebote oder Ausstiege) anderer Bieter **zur Anpassung der eigenen Wertschätzung nutzen**.
- Bei **Auktionen mit verschlossenen Geboten** sollte jeder Bieter den „**Fluch des Gewinners**“ **berücksichtigen**, d.h. so bieten, als ob er das höchste Signal erhalten hat.

4.2.2.3. Zusammenbruch der Einnahmenäquivalenz (fortgesetzt)

- **Verbundprinzip** (linkage principle)
 - Da die **Werte unbekannt, aber untereinander „verbunden“** (d.h. korreliert) sind, **steigt die „Genauigkeit“ der Wertschätzung mit jeder zusätzlichen Information.**
 - **Je genauer die Wertschätzungen sind, desto höher wird geboten**, da der „Sicherheitsabstand“ sinkt, der notwendig ist, um den Fluch des Gewinners zu vermeiden.
 - **Je höher die Gebote** (d.h. je kleiner der „Sicherheitsabstand“), **desto höher der Erlös des Auktionators.**
 - **je mehr Informationen öffentlich zugänglich, desto höher der Erlös des Auktionators**
 - Der **Auktionator sollte den Informationsstand** der Bieter soweit wie möglich **verbessern.**
 - Der **Auktionator präferiert Auktionsmechanismen**, die die vorhandenen **Informationen schnell freisetzen.**

4.2.2.3. Zusammenbruch Einnahmenäquivalenz (fortgesetzt)

- **Verbundprinzip zerstört Einnahmenäquivalenz**
 - **Erst-Preis-Auktionen mit verschlossenen Geboten geben keine Informationen der anderen Bieter frei, denn der Mechanismus ist nicht dynamisch und der Preis ist gleich dem „blind“ abgegebenen Höchstgebot.**
 - **Zweit-Preis-Auktionen mit verschlossenen Geboten sind zwar auch nicht dynamisch, aber geben implizit das zweithöchste Gebot bekannt, der dem Preis entspricht.**

Der Preis ist also eine Funktion von zwei Wertschätzungen und damit „genauer“ als in der Erst-Preis-Auktion.
 - **Englische Auktionen sind dynamische Spiele, bei denen im Verlaufe der Auktion immer mehr Information über die „wahren“ Werte offenbart wird.**

Der Preis ist eine Funktion von allen N Wertschätzungen und damit „genauer“ als in der Zweit- und der Erst-Preis-Auktion.

4.2.2.3. Zusammenbruch Einnahmenäquivalenz (fortgesetzt)

- **Entsprechend der Menge der freigesetzten Information** (bzw. der „Genauigkeit“ der Wertschätzungen) lassen sich die drei **Auktionsformen** nach dem jeweils im **GG** erzielten **Erlöses** wie folgt **anordnen**:
 - **Erst-Preis-Auktionen mit verschlossenen Geboten erzielen weniger Erlös** als **Zweit-Preis-Auktionen mit verschlossenen Geboten** und diese wiederum **weniger Erlös** als **englische Auktionen**.
 - Dieses **Resultat** ist **nur im (hyper-)rationalem GG gültig**;
d.h., dass **bei eingeschränkt rationalem Verhalten** der Bieter kann **keine allgemeine Aussage** über die vom **Auktionator** präferierte Auktionsform gemacht werden.

4.2.3. Startpreise (*reserve prices*) und Bietgebühren (*entry fees*)

■ Startpreise (*reserve prices*)

Auktionator bestimmt einen **Startpreis r** , bei dem das Bieten beginnt

- r ist der **Mindestpreis in Verkaufsauktionen**
- r ist der **Höchstpreis in Beschaffungsauktionen**
- Ein ***geheimer Startpreis***, dessen Existenz bekannt gegeben wird, **aber nicht dessen Höhe**, ist ein **Rückzugsrecht des Auktionators** und **wirkt nicht wie ein Startpreis**.

■ Bietgebühren (*entry fees*)

Auktionator verlangt von jedem Bieter eine **Bietgebühr e** für die Teilnahme an der Auktion (auch als **Teilnahmegebühr** bezeichnet)

■ Wiederversteigerungsausschluss

Startpreise und Bietgebühren sind nur dann im vollen Umfang effektiv, wenn der **Auktionator sich glaubhaft dazu verpflichten kann, nicht-versteigerte Güter zu vernichten**.

4.2.3.1. Ausschlussprinzip (*exclusion principle*) bei nicht-korrelierten Werten

- **Startpreise bei unabhängigen identisch verteilten Werten**
 - Bieter mit $v_i < r$ (Wert kleiner als Startpreis) bieten nicht
 - Bieter mit $v_i \geq r$ bieten
 - $b^*(v_i, r) = v_i$ in der Zweitpreisauktion
 - $b^*(v_i, r) = E[\max(Y_1, r) \mid Y_1 < v_i]$ in der Erstpreisauktion
 - **Erlösäquivalenz bleibt erhalten**, denn der **erwartete Preis** in beiden Fällen setzt sich zusammen aus
 - **erwartete Zahlungen** in Höhe **des Startpreises** r , wenn der **Höchstwert größer** und der **zweithöchste kleiner als** r
 - **erwartete Zahlungen** in Höhe **des zweithöchsten Wertes**, wenn **beide höchste Werte größer als** r

4.2.3.1. Ausschlussprinzip (fortgesetzt)

■ optimaler Startpreise r^*

- $r^* = v_0 + (1 - F(r^*)) / f(r^*)$

wobei v_0 der Wert des Auktionators ist

- zwei wichtige Eigenschaften des optimalen Mindestpreises

- **Ausschlussprinzip** (*exclusion principle*)

Für den Auktionator **lohnt es sich**, die **Bieter mit den niedrigsten Werten auszuschließen**.

→ **optimaler Startpreis** ist **prinzipiell größer** als der Wert des Verkäufers, d.h. $r^* > v_0$

- **optimaler Startpreis** ist **unabhängig von der Anzahl der Bieter**

Beachte: Der optimale Startpreis wirkt nur „erlöserhöhend“, wenn er den Höchstwert vom zweithöchsten „trennt“.

4.2.3.1. Ausschlussprinzip (fortgesetzt)

■ Bietgebühr

- **Biet- oder Teilnahmegebühr** kann so bemessen werden, dass sie **genauso zum Ausschluss der Bieter mit niedrigen Werten führt**, wie ein entsprechender Startpreis.
- Die **Erlös erhöhende Wirkung** geht von der **Einnahme der Bietgebühren** aus
- Im Gegensatz zum Startpreis **überträgt** die Bietgebühr einen **Teil des Risikos auf die teilnehmenden Bieter**.

4.2.3.2. Nicht-eindeutige Effekte bei verbundenen Werten

- **Ausschlusswirkung des Startpreises ist nicht eindeutig positiv**
 - Weiterhin gilt, dass der **Startpreis Erlös erhöhend wirkt, wenn er den Höchstwert vom zweithöchsten „trennt“.**
 - **Aber der „Abstand“ zwischen den beiden höchsten Werten ist kleiner im Falle der verbundenen Werten.**
 - **Wahrscheinlichkeit und Ausmaß der Wertentrennung sind kleiner als bei unabhängig verteilten Werten**
 - **Somit wird der erwartete entgangene Gewinn aus dem Ausschluss der Bieter mit niedrigen Werten nicht von den erwarteten Preissteigerungen kompensiert.**
- **Wirkung von Bietgebühren nicht eindeutig positiv**
 - wie Startpreise, **keine eindeutig positive Erlöswirkung**
 - unter Umständen **nicht-monotone Eintrittsentscheidungen**

4.2.4. Risikoaversion der Bieter

Annahme: unabhängig und identisch verteilte Werte

■ Erlös der Erstpreisauktion höher als in der Zweitpreisauktion

- Bei Risiko-Aversion bleibt die **optimale Bietstrategie in der Zweitpreisauktion**, weiterhin den **eigenen Wert zu bieten**.

Intuition: Weder höhere noch niedrigere Gebote erhöhen die Wahrscheinlichkeit den Zuschlag zu erhalten.

- In der **Erstpreisauktion bieten risiko-averse Spieler höher als risiko-neutrale**.

Intuition: Höhere Gebote erhöhen die Wahrscheinlichkeit den Zuschlag zu erhalten bzw. senken das Risiko, trotz hohem Wert den Zuschlag nicht zu erhalten.

4.2.5. Bieter mit asymmetrisch verteilten Werten

Annahme: für jeden Bieter i ist der Wert des Guts V_i mit einer **individuellen Verteilungsfunktion** $F_i(V_i)$ verteilt, wobei im Allg. die Verteilungsfunktionen unterschiedlich sind, d.h. $F_i \neq F_j$ für $i \neq j$

- Die Asymmetrie besteht also darin, dass jeder Bieter sich einem anderen stochastischen Prozess gegenüber sieht.

Beispiel

Eine **Antiquität** soll versteigert werden. **Bieter H** ist ein **Hobby-Sammler**, dem eine Antiquität **bis \$1000 wert** sein kann. **Bieter G** ist **Mr. Getty**, dem eine Antiquität **bis \$1.000.000 wert** sein kann.

- **Bei Asymmetrie sind allgemeine Aussagen** über den Vergleich zwischen Erst- und Zweitpreisauktionen **nicht möglich**.
- **Alle Ergebnisse hängen von** dem Verhältnis der unterschiedlichen **Verteilungsfunktionen ab**.

4.2.5. Bieter mit asymmetrisch verteilten Werten (fortgesetzt)

- in **asymmetrischen Erstpreisauktionen** können **zwei systematische Eigenschaften der GG** gezeigt werden
 - Falls die Verteilung der **Werte des starken Bieters G** (der Bieter mit der hohen Zahlungsbereitschaft) **oberhalb** der Verteilung der **Werte des schwachen Bieters H** liegt, dann kommt es zum **Getty-Effekt**, bei dem **H grundsätzlich von G überboten wird**.
 - Falls die Verteilung der **Werte des schwachen Bieters H teilweise unterhalb des Reservationspreises des Verkäufers liegt** (d.h., es gibt Fälle, in denen G kaufen kann, aber H nicht), dann kommt es zum **Low-Balling-Effekt**, bei dem **G niedrigere Gebote abgibt als H**, da er weiß, dass H in einigen Fällen gar nicht mit bieten kann;
d.h., der **schwache Bieter H bietet hier höher als der starke Bieter G**, der eine wesentlich höhere Zahlungsbereitschaft hat.