

Dieses Jahr soll es auf dem Jahrmarkt eine ganz neue Attraktion geben, die Fertig-Currywurst für das Gefrierfach. Der Betreiber des Jahrmarktes hat beschlossen, dass sich alle Offline-Anbieter dieser Delikatesse gleichmäßig am Rand des Jahrmarktes verteilen. Gehen Sie davon aus, dass der Jahrmarkt kreisförmig angeordnet ist und einen Umfang von 1 hat. Alle N Offline-Anbieter auf dem Jahrmarkt sind vollkommen symmetrisch. Die Kunden sind gleichmäßig am Rand des Kreises verteilt und haben alle einen Grundnutzen von 10 für das angebotene Produkt. Nehmen Sie an, dass jeder Kunde genau eine Einheit nachfragt. Um einen Offline-Anbieter zu erreichen, entstehen Entfernungskosten. Für die komplette Umrundung des Marktes betragen diese Entfernungskosten 4 Geldeinheiten.

Gehen Sie davon aus, dass es zusätzlich zu den Anbietern auf dem Jahrmarkt einen Online-Anbieter gibt, der die gefrorene Currywurst direkt Freihaus liefert. Für diesen Lieferservice verlangt er eine fixe Gebühr von 1 Geldeinheit.

1. Geben Sie die Nutzenfunktion eines beliebigen Kunden x für den Online- und den Offline-Kauf an.

$$u_{off} = 10 - p_{off} - x \cdot 4$$

$$u_{onl} = 10 - p_{onl} - 1$$

2. Ermitteln Sie die Entfernung des Kunden $\hat{x}$, der indifferent zwischen dem Kauf vom Online-Lieferservice und dem Kauf bei dem nächst gelegenen Offline-Anbieter ist, zu dem nächstgelegenen Offline-Anbieter.

$$u_{offl} = u_{onl}$$

$$\Rightarrow 10 - p_{off} - \hat{x} \cdot 4 = 10 - p_{onl} - 1$$

Auflösen nach $\hat{x}$ führt zu

$$\hat{x} = \frac{p_{onl} - p_{offl} + 1}{4}$$

3. Ermitteln Sie die Nachfragefunktion eines beliebigen Offline-Anbieters und des Online-Anbieters. Gehen Sie dabei davon aus, dass der indifferente Kunde so gelegen ist, dass es Kunden gibt, die den Online-Lieferservice in Anspruch nehmen.

Jeder Offline-Anbieter bedient alle Kunden deren Entfernung zu dem jeweiligen Offline-Anbieter kleiner als $\hat{x}$ ist. Da ein Offline-Anbieter sowohl Kunden, die rechts von ihm liegen, als auch Kunden die links von ihm liegen bedient, ergibt sich die Gesamtnachfrage für jeden Offline-Kunden als $2\hat{x}$.

$$q_{offl} = 2\hat{x} = 2 \left(\frac{p_{onl} - p_{offl} + 1}{4} \right)$$

Das Modell basiert auf der Annahme, dass jeder Kunde genau eine Einheit kauft. Das heißt, der Online-Anbieter bedient alle Kunden, die nicht von den N Offline-Anbietern bedient werden.

$$q_{onl} = 2N \left(\frac{1}{2N} - \hat{x} \right) = 1 - 2N \left(\frac{p_{onl} - p_{offl} + 1}{4} \right)$$

4. Geben Sie die Gewinnfunktion eines beliebigen Offline-Anbieters und des Online-Anbieters an.

$$\pi_{\text{offl}} = 2 \left(\frac{p_{\text{onl}} - p_{\text{offl}} + 1}{4} \right) \cdot p_{\text{offl}}$$

$$\pi_{\text{onl}} = \left(1 - 2N \left(\frac{p_{\text{onl}} - p_{\text{offl}} + 1}{4} \right) \right) p_{\text{onl}}$$

5. Geben Sie die Reaktionsfunktionen eines beliebigen Offline-Anbieters und des Online-Anbieters an.

Reaktionsfunktion des Offline-Anbieters

$$\frac{\delta \pi_{\text{offl}}}{\delta p_{\text{offl}}} = 2 \left(\frac{p_{\text{onl}} - 2p_{\text{offl}} + 1}{4} \right) \equiv 0$$

$$p_{\text{offl}} = \frac{p_{\text{onl}} + 1}{2}$$

Reaktionsfunktion des Online-Anbieters

$$\frac{\delta \pi_{\text{onl}}}{\delta p_{\text{onl}}} = 1 - 2N \left(\frac{2p_{\text{onl}} - p_{\text{offl}} + 1}{4} \right) \equiv 0$$

$$p_{\text{onl}} = \frac{1}{N} + \frac{p_{\text{offl}} - 1}{2}$$

6. Geben Sie die gleichgewichtigen Preise in Abhängigkeit von der Anzahl der Offline-Anbieter N an.

Einsetzen von p_{onl} in p_{offl} ergibt:

$$p_{\text{offl}} = \frac{\frac{1}{N} + \frac{p_{\text{offl}} - 1}{2} + 1}{2}$$

Umformen nach p_{offl} ergibt

$$p_{\text{offl}} = \frac{2}{3N} + \frac{1}{3}$$

Einsetzen von p_{offl} in p_{onl}

$$p_{\text{onl}} = \frac{1}{N} + \frac{\frac{2}{3N} + \frac{1}{3} - 1}{2} = \frac{4}{3N} - \frac{1}{3}$$

7. Berechnen Sie die Entfernung des indifferenten Kunden zum nächstgelegenen Offline-Anbieter.

Durch Einsetzen der Preise in die Funktion des indifferenten Kunden ergibt sich:

$$\hat{x} = \frac{p_{onl} - p_{offl} + 1}{4} = \frac{\frac{4}{3N} - \frac{1}{3} - \frac{2}{3N} - \frac{1}{3} + 1}{4} = \frac{1}{6N} + \frac{1}{12}$$

8. Geben Sie die gleichgewichtigen Mengen und den gleichgewichtigen Gewinn in Abhängigkeit von der Anzahl der Offline-Anbieter an.

Einsetzen der gleichgewichtigen Preise in die Nachfragefunktionen ergibt:

$$q_{offl} = 2\hat{x} = 2\left(\frac{1}{6N} + \frac{1}{12}\right) = \frac{1}{3N} + \frac{1}{6}$$

$$q_{onl} = 1 - 2N\left(\frac{1}{6N} + \frac{1}{12}\right) = \frac{2}{3} - \frac{N}{6}$$

Einsetzen der bisherigen Ergebnisse in die Gewinnfunktionen ergibt:

$$\pi_{off} = q_{off} p_{off} = \frac{2}{9N^2} + \frac{2}{9N} + \frac{1}{18}$$

$$\pi_{onl} = q_{onl} p_{onl} = \frac{8}{9N} - \frac{4}{9} + \frac{N}{18}$$

9. Gehen Sie nun davon aus, dass alle Offline-Anbieter eine Standgebühr in Höhe von $\frac{1}{8}$ Geldeinheiten zahlen müssen. Gehen Sie außerdem davon aus, dass so viele Offline-Anbieter in den Markt eintreten, bis der Gewinn gleich Null ist. Wie viele Anbieter werden in den Markt eintreten?

$$\pi_{off} = q_{off} p_{off} = \frac{2}{9N^2} + \frac{2}{9N} + \frac{1}{18} - \frac{1}{8}$$

$$\pi_{off} = \frac{2}{9N^2} + \frac{2}{9N} + \frac{1}{18} - \frac{1}{8} \equiv 0$$

$$\frac{2}{9N^2} + \frac{2}{9N} = \frac{5}{72}$$

$$2 + 2N = \frac{45N^2}{72}$$

$$N^2 - \frac{144}{45}N - \frac{144}{45} = 0$$

Durch Anwenden der pq-Formel ergibt sich:

$$N = \frac{16}{10} \pm \sqrt{\frac{\left(\frac{-16}{5}\right)^2}{4} + \frac{16}{5}}$$

$$N_1 = 4; N_2 = -0.8$$

Es werden genau 4 Offline-Anbieter in den Markt eintreten

10. Welche Preise, abgesetzten Mengen und Gewinne ergeben sich im Gleichgewicht für die Online- und die Offline-Händler? (Berücksichtigen Sie die Ergebnisse aus Aufgabenteil 9 für Ihre Lösung)

$$q_{off} = \frac{1}{4}$$

$$q_{onl} = 0$$

$$p_{off} = \frac{1}{2}$$

$$p_{onl} = 0$$

$$\pi_{off} = \frac{1}{8} - \frac{1}{8} = 0$$

$$\pi_{onl} = 0$$

Dies ist ein Grenzfall. Der Online-Anbieter ist indifferent ob er in den Markt eintreten und online verkaufen soll oder nicht. Sollten für den Offline-Anbieter Kosten anfallen, oder ein weiterer Offline-Anbieter in den Markt eintreten, würde er aus dem Markt austreten.

11. Geben Sie den gleichgewichtigen Preis, die gleichgewichtige Menge und den gleichgewichtigen Gewinn an, die entstehen, wenn im Vergleich zu der Situation in 13 der Online-Anbieter aus dem Markt austreten würde.

$$q_{off} = \frac{1}{N} = \frac{1}{4}$$

$$p_{off} = \frac{t}{N} = 1$$

$$\pi_{off} = \frac{1}{4} - \frac{1}{8} = \frac{1}{8}$$

Herleitung dieses Gleichgewichts:

Annahme eines Kunden, der zwischen Anbieter 1 und Anbieter 2 positioniert ist.

Nutzen bei Kauf von 1

$$u_1 = 10 - p_1 - 4x$$

Nutzen bei Kauf von 2 (Annahme alle anderen Anbieter setzten den gleichen Preis).

$$u_2 = 10 - p_{and} - 4\left(\frac{1}{4} - x\right)$$

Der indifferente Kunde wird durch Gleichsetzen von u_1 und u_2 ermittelt.

$$10 - p_1 - 4\hat{x} = 10 - p_{and} - 4\left(\frac{1}{4} - \hat{x}\right)$$

$$\hat{x} = \frac{p_{and} - p_1}{8} + \frac{1}{8}$$

Anbieter 1 bedient sowohl die Kunden die links, als auch die Kunden die rechts von ihm stehen. Das heißt die Nachfrage von Anbieter 1 ergibt sich als $2\hat{x}$.

$$q_1 = \frac{p_{and} - p_1}{4} + \frac{1}{4}$$

Gewinnfunktion von Anbieter 1

$$\pi_1 = \left(\frac{p_{and} - p_1}{4} + \frac{1}{4}\right)p_1 - \frac{1}{8}$$

$$\frac{\delta \pi_1}{\delta p_1} = \left(\frac{p_{and} - 2p_1}{4} + \frac{1}{4}\right) \equiv 0$$

An dieser Stelle kann die Annahme getroffen werden, dass aufgrund der Symmetrie alle Anbieter den gleichen Preis verlangen. Diese Annahme darf jedoch erst nach dem Optimieren getroffen werden!!

$$\frac{\delta \pi_1}{\delta p_1} = \left(\frac{p - 2p}{4} + \frac{1}{4}\right) \equiv 0$$

Auflösen führt zu

$$p = 1$$

Einsetzen in $\hat{x}$ ergibt

$$\hat{x} = \frac{1}{8}$$

Daraus folgt

$$q = \frac{1}{4}$$

$$\text{und } \pi = \frac{1}{8}$$